

# TEORÍA DE AUTOMEJORA DE DESIGUALDADES DE TIPO POINCARÉ ASOCIADAS A APROXIMACIONES DE LA IDENTIDAD Y SEMIGRUPOS

ANA JIMÉNEZ DEL TORO

*Universidad Autónoma de Madrid  
Spain*

*E-mail address:* ana.jimenez@uam.es

Presentamos un método general que nos permite estudiar propiedades de automejora de desigualdades de tipo Poincaré generalizadas asociadas a aproximaciones de la identidad y semigrupos. Es decir, tomando como punto de partida desigualdades de la forma:

$$(1) \quad \frac{1}{|Q|} \int_Q |f - S_{t_Q} f| dx \leq a(Q, f),$$

con  $S_{t_Q}$  una aproximación de la identidad o semigrupo cuyo núcleo decae suficientemente rápido y  $a$  cierto funcional, obtenemos diferentes tipos de automejoras de esta desigualdad en la escala de espacios de Lebesgue y de Orlicz con pesos en la clase de Muckenhoupt, según las propiedades que posea el funcional  $a$ . En particular, mostramos algunas desigualdades de tipo Poincaré expandidas que tienen en cuenta la falta de localización de la aproximación de la identidad o del semigrupo. Observamos cómo conseguir desigualdades de tipo pseudo-Poincaré globales una vez obtenidas las locales y desigualdades de tipo Poincaré fuertes a partir de su correspondiente versión débil. También presentamos algunas aplicaciones interesantes como puede ser la conexión entre esta teoría y el teorema de John-Nirenberg.

Por otro lado, consideramos desigualdades de tipo Poincaré con medida de Lebesgue:

$$(2) \quad \frac{1}{|Q|} \int_Q |f - f_Q| dx \leq a(Q, f),$$

donde  $f_Q$  es la media de  $f$  en el cubo  $Q$  y  $a$  cierto funcional. Mostramos que (2) implica otras desigualdades de tipo Poincaré con pesos, para cierta clase de pesos lejos de ser doblante.

## REFERENCES

- [BJM] N. Badr, A. Jiménez-del-Toro and J.M. Martell,  *$L^p$  self-improvement of generalized Poincaré inequalities associated with approximations of the identity and semigroups in space of homogeneous type*, in preparation.
- [Jim1] A. Jiménez-del-Toro, *Exponential self-improvement of generalized Poincaré inequalities associated with approximations of the identity and semigroups*, to appear.
- [Jim2] A. Jiménez-del-Toro,  *$L^p$  self-improvement of generalized Poincaré inequalities with non-doubling weights*, in preparation.
- [JM] A. Jiménez-del-Toro and J.M. Martell,  *$L^p$  self-improvement of generalized Poincaré inequalities associated with approximations of the identity and semigroups*, to appear.